18 Übungen zeitdiskreter Zustandsraum

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 21. April 2015, 15:36

Aufgabe 1: Reviewfragen

(a) Was ist die Lösung des Systems $\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}u(t)$?

(b) Unter welcher Voraussetzung lässt sich aus der Steuer- und Beobachtbarkeit des kontinuierlichen Systems auf die Steuer- und Beobachtbarkeit des diskretisierten Systems schließen?

(c) Wie lässt sich die Fundamentalmatrix (=Transitionsmatrix) bei hinreichend kleiner Abtastzeitschrittweit T mit geringem Rechenaufwand approximieren?

(d) Wie lässt sich aus der diskreten Zustandsraumdarstellung die z-Übertragungsfunktion bestimmen?

Aufgabe 2:

Die Zustandsraumdarstellung eines dynamischen Systems lautet

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie die Matrizen der zeitdiskreten Zustandsraumdarstellung in Abhängigkeit von der Abtastzeitschrittweite T.

(b) Bestimmen Sie die obere Grenze der Abtastzeitschrittweite T, so dass das diskrete System vollständig steuer- und beobachtbar ist.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Pole $s_{1,2}$ der Systemmatrix $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ sowie die Pole $z_{1,2}$ der entsprechenden Fundamentalmatrix $\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}t}$. Welcher Zusammenhang bestätigt sich hier?

Aufgabe 4:

Welche Transitionsmatrix $\Phi(T)$ gehört zu $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$?

Aufgabe 5:

Gegeben ist ein System vierter Ordnung in Regelungsnormalform, und zwar mit der Matrix $\boldsymbol{A}$, die in der letzten Zeile aus lauter Nullen besteht, $\boldsymbol{B}$ mit 1 in der letzen Zeile und sonst lauter Nullen und einer Ausgangsmatrix $\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$. Wie lautet die Transitionsmatrix $\boldsymbol{\Phi}(t)$ und die Übertragungsfunktion $G(s)$?
Hinweis: Nutzen Sie die Taylor-Entwicklung der Fundamentalmatrix.

Aufgabe 6:

Die diskrete Zustandsraumdarstellung entspricht einer Reihenschaltung der kontinuierlichen Übertragungsfunktion mit einem Halteglied 0-ter Ordnung und idealer Abtastung. Zeigen Sie das beispielhaft, indem Sie die z-Übertragungsfunktion von

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

auf zwei Wegen berechnen:

(a) $G(z) = \dfrac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{\dfrac{G(s)}{s}\right\}$

(b) $G(z) = \dfrac{\boldsymbol{C}\ \mathrm{adj}(z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_\mathrm{d})\boldsymbol{B}_\mathrm{d}}{\det(z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_\mathrm{d})}$