

18 Übungen zeitdiskreter Zustandsraum

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 21. April 2015, 16:15



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Aufgabe 1: Reviewfragen

- (a) Was ist die Lösung des Systems $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$?
- (b) Unter welcher Voraussetzung lässt sich aus der Steuer- und Beobachtbarkeit des kontinuierlichen Systems auf die Steuer- und Beobachtbarkeit des diskretisierten Systems schließen?
- (c) Wie lässt sich die Fundamentalmatrix (=Transitionsmatrix) bei hinreichend kleiner Abtastzeitschrittweite T mit geringem Rechenaufwand approximieren?
- (d) Wie lässt sich aus der diskreten Zustandsraumdarstellung die z -Übertragungsfunktion bestimmen?

Aufgabe 2:

Die Zustandsraumdarstellung eines dynamischen Systems lautet

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie die Matrizen der zeitdiskreten Zustandsraumdarstellung in Abhängigkeit von der Abtastzeitschrittweite T .
- (b) Bestimmen Sie die obere Grenze der Abtastzeitschrittweite T , so dass das diskrete System vollständig steuer- und beobachtbar ist.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Pole $s_{1,2}$ der Systemmatrix $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ sowie die Pole $z_{1,2}$ der entsprechenden Fundamentalmatrix $e^{\mathbf{A}t}$. Welcher Zusammenhang bestätigt sich hier?

Aufgabe 4:

Welche Transitionsmatrix $\Phi(T)$ gehört zu $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$?

Aufgabe 5:

Gegeben ist ein System vierter Ordnung in Regelungsnormform, und zwar mit der Matrix $\mathbf{A}$, die in der letzten Zeile aus lauter Nullen besteht, $\mathbf{B}$ mit 1 in der letzten Zeile und sonst lauter Nullen und einer Ausgangsmatrix $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$. Wie lautet die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ und die Übertragungsfunktion $G(s)$?

Hinweis: Nutzen Sie die Taylor-Entwicklung der Fundamentalmatrix.

Aufgabe 6:

Die diskrete Zustandsraumdarstellung entspricht einer Reihenschaltung der kontinuierlichen Übertragungsfunktion mit einem Halteglied 0-ter Ordnung und idealer Abtastung. Zeigen Sie das beispielhaft, indem Sie die z -Übertragungsfunktion von

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

auf zwei Wegen berechnen:

$$(a) \quad G(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

$$(b) \quad G(z) = \frac{\mathbf{C} \operatorname{adj}(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d) \mathbf{B}_d}{\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)}$$