⑧ Übungen Wurztelortskurve

Zoltán Zomotor

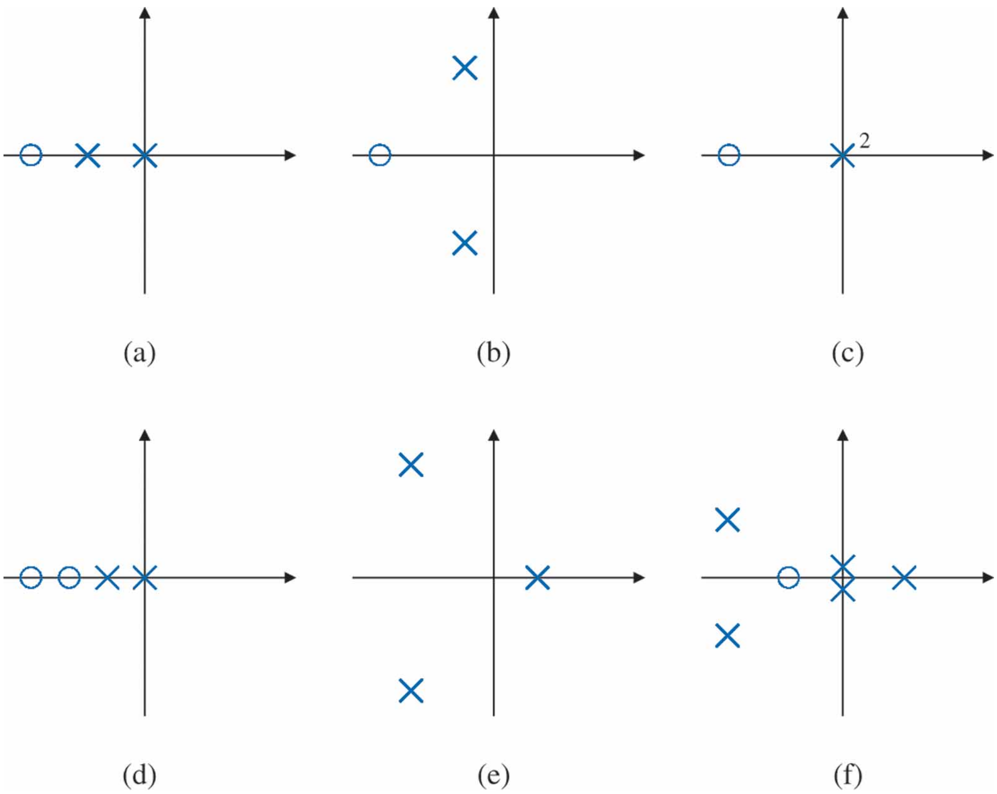
Versionsstand: 28. Oktober 2015, 15:43

Aufgabe 1: Review-Fragen

1. Geben Sie zwei Definitionen für die Wurzelortskurve.
2. Wo liegen die Abschnitte der WOK auf der reellen Achse?
3. Was sind die Startwinkel der WOK in einem doppelten Pol bei $s = -a$ auf der reellen Achse? Nehmen Sie an, dass es keine Pole oder Nullstellen rechts von $-a$ gibt.
4. Warum ist der Start-Winkel von einem Pol in der Nähe der imaginären Achse besonders wichtig?

Aufgabe 2: Wurzelortskurven

1. [FPE10, Aufgabe 5.2] Skizzieren Sie die Asymptoten sowie die Wurzelortskurve für folgende Pol-Nullstellen-Karten. Nullstellen sind kleine Kreise o und Pole sind als $\times$ dargestellt. In Bild (c) sind zwei Pole im Ursprung.



[FPE10, Figure 5.51]

2. [FPE10, Aufgabe 5.3] Gegeben sei die charakteristische Gleichung

$$1 + \frac{K}{s(s+1)(s+5)} = 0$$

   (a) Zeichnen Sie die Abschnitte der Wurzelortskurve auf der reellen Achse.
   (b) Zeichnen Sie die Asymptoten der WOK für $K \to \infty$.
   (c) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve.
   (d) Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit MATLAB.

3. [FPE10, Aufgabe 5.4] *Reelle Pole und Nullstellen.* Bestimmen Sie alle Daten der Wurzelortskurve (Winkel, Asymptoten) und skizzieren Sie sie für folgende Systeme. Verifizieren Sie Ihre Ergebnisse mit MATLAB.
   (a) $L(s) = \dfrac{s+2}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$
   (b) $L(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$
   (c) $L(s) = \dfrac{(s+2)(s+6)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$
   (d) $L(s) = \dfrac{(s+2)(s+4)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$

4. [FPE10, Aufgabe 5.5] *Komplexe Pole und Nullstellen*

(a) $L(s) = \dfrac{1}{s^2 + 3s + 10}$

(b) $L(s) = \dfrac{1}{s(s^2 + 3s + 10)}$

(c) $L(s) = \dfrac{(s^2 + 2s + 8)}{s(s^2 + 2s + 10)}$

(d) $L(s) = \dfrac{(s^2 + 2s + 12)}{s(s^2 + 2s + 10)}$

(e) $L(s) = \dfrac{s^2 + 1}{s(s^2 + 4)}$

(f) $L(s) = \dfrac{(s^2 + 4)}{s(s^2 + 1)}$

5. [FPE10, Aufgabe 5.6] *Mehrfache Pole im Ursprung.*

(a) $L(s) = \dfrac{1}{s^2(s + 8)}$

(b) $L(s) = \dfrac{1}{s^3(s + 8)}$

(c) $L(s) = \dfrac{1}{s^4(s + 8)}$

(d) $L(s) = \dfrac{s + 3}{s^2(s + 8)}$

(e) $L(s) = \dfrac{s + 3}{s^3(s + 4)}$

(f) $L(s) = \dfrac{(s + 1)^2}{s^3(s + 4)}$

(g) $L(s) = \dfrac{(s + 1)^2}{s^3(s + 10)^2}$

6. [FPE10, Aufgabe 5.7] *Reelle und komplexe Pole gemischt.*

(a) $L(s) = \dfrac{(s + 2)}{s(s + 10)(s^2 + 2s + 2)}$

(b) $L(s) = \dfrac{s + 2}{s^2(s + 10)(s^2 + 6s + 25)}$

(c) $L(s) = \dfrac{(s + 2)^2}{s^2(s + 10)(s^2 + 6s + 25)}$

(d) $L(s) = \dfrac{(s + 2)(s^2 + 4s + 68)}{s^2(s + 10)(s^2 + 4s + 85)}$

(e) $L(s) = \dfrac{(s + 1)^2 + 1}{s^2(s + 2)(s + 3)}$

7. [FPE10, Aufgabe 5.8] *RHE und Nullstellen*

(a) $L(s) = \dfrac{s + 2}{s + 10}\dfrac{1}{s^2 - 1}$

(b) $L(s) = \dfrac{s+2}{s(s+10)} \dfrac{1}{s^2-1}$

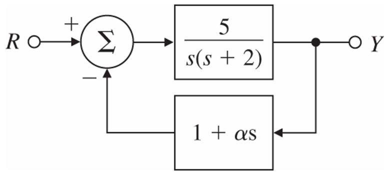
(c) $L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$

(d) $L(s) = \dfrac{s^2+2s+1}{s(s+20)^2(s^2-2s+2)}$

(e) $L(s) = \dfrac{s+2}{s(s-1)(s+6)^2}$

(f) $L(s) = \dfrac{1}{(s-1)\left((s+2)^2+3\right)}$

8. [FPE10, Aufgabe 5.9] Stellen Sie die charakteristische Gleichung für das abgebildete System in Abhängigkeit vom Parameter α auf und bestimmen Sie die korresponierenden Terme $L(s) = b(s)/a(s)$. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve in Abhängigkeit von α. Schätzen Sie die Pole des geschlossenen Regelkreises und skizzieren Sie die Sprungantwort für $\alpha = 0$, $\alpha = 0.5$ und $\alpha = 2$. Nutzen Sie MATLAB, um die Genauigkeit Ihrer approximierten Sprungantworten zu prüfen.



[FPE10, Figure 5.52]

9. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für

$$L(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-2)}$$

und bestimmen Sie den Wert der Wurzelortskurven-Verstärkung, für die die konjugiert komplexen Pole ein Dämpfungsmaß von $\zeta = \sqrt{2}/2$ haben (siehe Skript 4, Kapitel 1.2).

Literatur

[FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powel und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.