③ Das dynamische Verhalten von Systemen Übungen

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 3. Oktober 2015, 09:02

Aufgabe 1: Review-Fragen

[FPE10, Seite 169]

1. Was ist die Definition von *Übertragungsfunktion (transfer function)*?
2. Welche Eigenschaften haben Systeme, die sich mit Transferfunktionen beschreiben lassen?
3. Was besagt der 2. Grenzwertsatz (Final Value Theorem) und wozu wird er in der Regelungstechnik angewendet?

Aufgabe 2: Übungsaufgaben

In eckigen Klammern ist die Aufgabennummer in [FPE10, Seite 170ff] angegeben.

Aufgabe 2.1: Laplace-Transformation

1. [A. 3.2] Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:
   a) $f(t) = 1 + 3t$
   b) $f(t) = 2 + 5t + t^2 + \delta(t)$
   c) $f(t) = \mathrm{e}^{-t} + 2\mathrm{e}^{-2t} + t\mathrm{e}^{-3t}$
   d) $f(t) = (t+2)^2$
   e) $f(t) = \cosh t$
2. [A. 3.3] Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:
   a) $f(t) = 2\cos 5t$
   b) $f(t) = \sin 3t + 2\cos 3t + \mathrm{e}^{-t}\sin 2t$
   c) $f(t) = t + \mathrm{e}^{-2t}\sin 3t$

3. [A. 3.4] Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:
   a) $f(t) = t \sin 2t$
   b) $f(t) = t \cos 2t$
   c) $f(t) = t\mathrm{e}^{-t} + 3t \cos t$
   d) $f(t) = t \sin 3t - t \cos t$
   e) $f(t) = 1(t) + 2t \cos 5t$

4. [A. 3.5] Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen (* bezeichnet Faltung):
   d) $f(t) = \cos t * \cos t$
   e) $f(t) = \int\limits_0^t \cos(t-\tau) \sin \tau \,\mathrm{d}\tau$

5. [A. 3.7] Bestimmen Sie die korrespondierende Zeitfunktion zu jeder der folgenden Laplace-Transformierten mit Hilfe der Partialbruchzerlegung:
   a) $F(s) = \dfrac{2}{s(s+2)}$
   b) $F(s) = \dfrac{10}{s(s+1)(s+10)}$
   c) $F(s) = \dfrac{3s+2}{s^2+4s+20}$
   d) $F(s) = \dfrac{3s^2+9s+12}{(s+2)(s^2+5s+11)}$
   e) $F(s) = \dfrac{1}{s^2+9}$
   f) $F(s) = \dfrac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+4)}$
   g) $F(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$
   h) $F(s) = \dfrac{1}{s^5}$
   i) $F(s) = \dfrac{4}{s^4+4}$
   j) $F(s) = \dfrac{\mathrm{e}^{-s}}{s^2}$

6. [A. 3.8] Bestimmen Sie die korrespondierende Zeitfunktion zu jeder der folgenden Laplace-Transformierten:
   a) $F(s) = \dfrac{1}{s(s+2)^2}$
   b) $F(s) = \dfrac{2s^2+s+1}{s^3-1}$
   c) $F(s) = \dfrac{2(s^2+s+1)}{s(s+1)^2}$

d) $F(s) = \dfrac{s^3 + 2s + 4}{s^4 - 16}$

e) $F(s) = \dfrac{2(s+2)(s+5)^2}{(s+1)(s^2+4)^2}$

f) $F(s) = \dfrac{(s^2-1)}{(s+1)^2}$

7. [A. 3.9] Lösen Sie folgende Differentialgleichungen mit Hilfe der Laplace-Transformation:

a) $\ddot{y} + \dot{y} + 3y = 0,\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

b) $\ddot{y} - 2\dot{y} + 4y = 0,\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

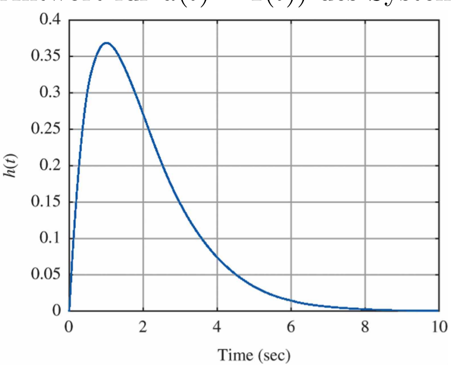
c) $\ddot{y} + \dot{y} = \sin t,\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

d) $\ddot{y} + 3y = \sin t,\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

e) $\ddot{y} + 2\dot{y} = \mathrm{e}^{t},\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

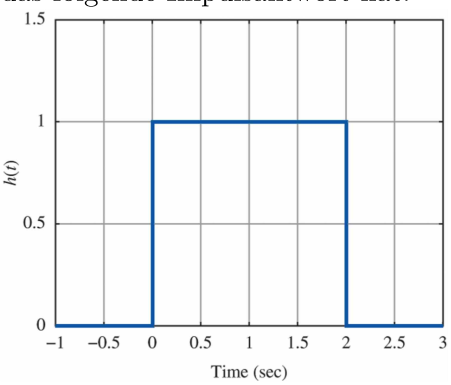
f) $\ddot{y} + y = t,\qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2$

8. [A. 3.10] Bestimmen Sie mit Hilfe des Faltungsintegrals die Sprungantwort (also die Antwort für $u(t) = 1(t)$) des Systems, das folgende Impulsantwort hat:



$$h(t) = \begin{cases} t\mathrm{e}^{-t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

9. [A. 3.11] Bestimmen Sie mit Hilfe des Faltungsintegrals die Sprungantwort des Systems, das folgende Impulsantwort hat:



$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & t < 0 \text{ und } t > 2 \end{cases}$$

Aufgabe 2.2: Blockdiagramme

10. [A. 3.19] Betrachten Sie das Blockdiagramm in Abbildung 1. Beachten Sie, dass a_i und b_i Konstanten sind. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion für dieses System. Diese spezielle Struktur heißt *Regelungsnormalform,* die später im Semester ein Thema sein wird.

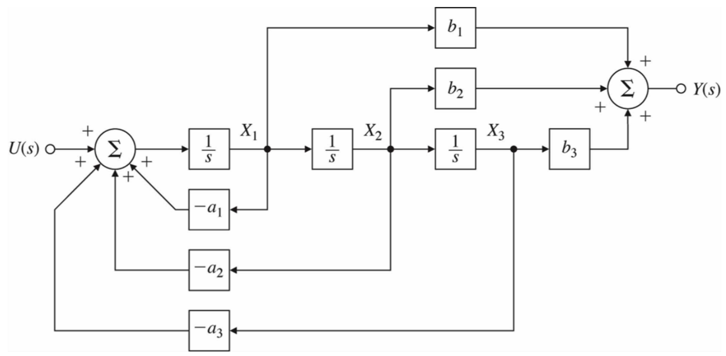


Abbildung 1: [FPE10, Fig. 3.52, Seite 175]

11. [A. 3.20] Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen der Blockdiagramme in Abbildung 2

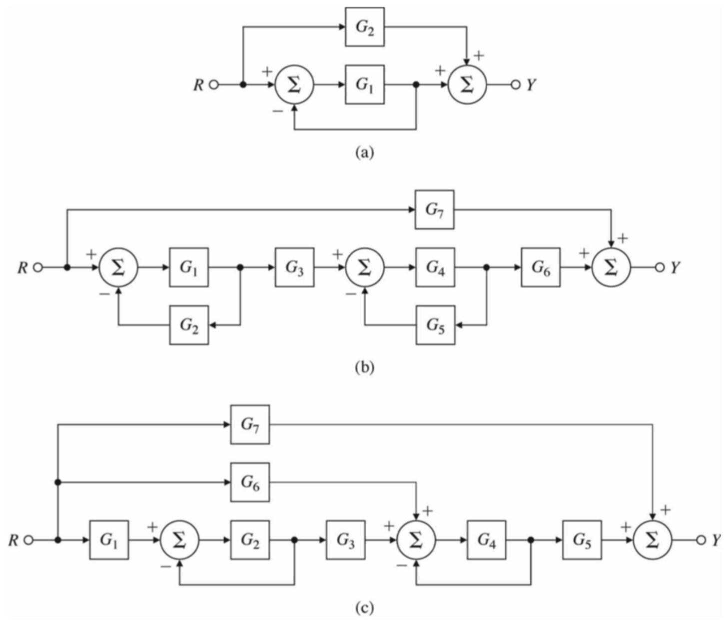


Abbildung 2: [FPE10, Fig. 3.53, Seite 175]

12. [A. 3.21] Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Blockdiagramme in Abbildung 3, indem Sie die Blockdiagramme vereinfachen. Die spezielle Struktur in Abbildung 3(b) heißt *Beobachtungsnormalform,* die wir ebenfalls später im Semester behandeln werden.

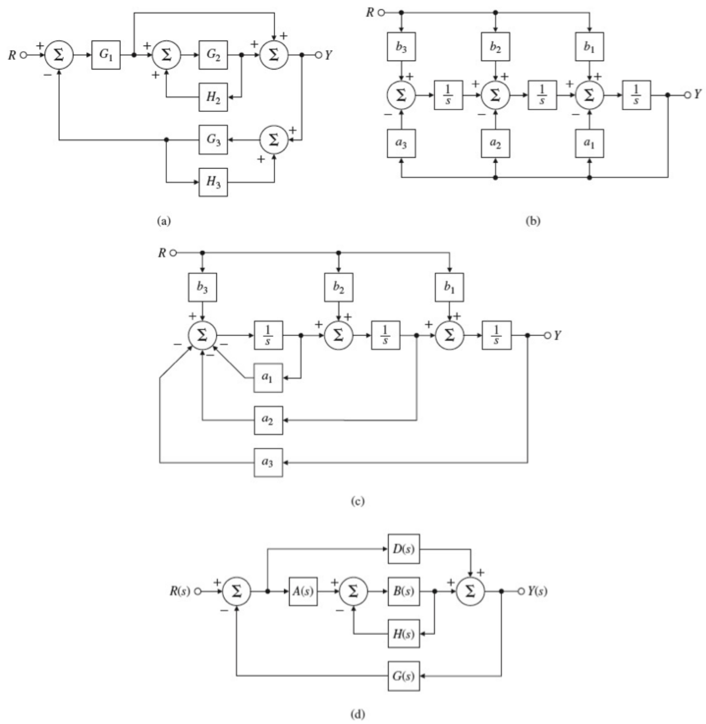


Abbildung 3: [FPE10, Fig. 3.54, Seite 176]

13. [A. 3.22] Nutzen Sie Blockdiagramm-Algebra, um die Übertragungsfunktion zwischen $R(s)$ und $Y(s)$ in Abbildung 4 zu bestimmen.

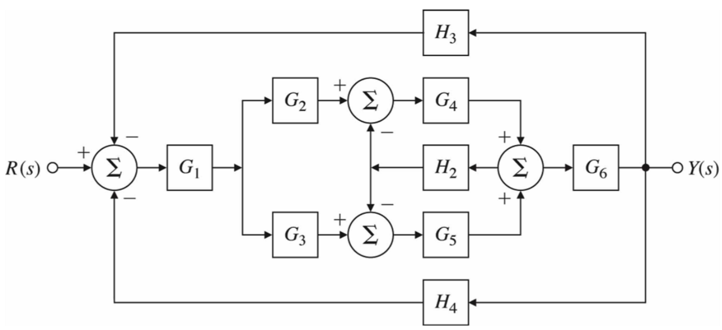


Abbildung 4: [FPE10, Fig. 3.55, Seite 177]

Literatur

[FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powel und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.