⑥ Übungen Stabilität von linearen Systemen

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 4. November 2014, 21:55

Aufgabe 1: Review-Fragen

1. Warum ist Stabilität ein wichtiger Gesichtspunkt beim Reglerentwurf?
2. Wozu lässt sich Routh's Stabilitätskriterium nutzen?

Aufgabe 2: Routh's Stabilitätskriterium

1. [FPE10, Aufgabe 3.42] Für folgende Strecken soll ein Einheitsregelkreis angewendet werden. Stellen Sie mit Hilfe des Routh'schen Stabilitätskriterums fest, ob der resultierende geschlossene Regelkreis stabil sein wird.
   (a) $G(s) = \dfrac{4(s+1)}{s(s^3+2s^2+3s+4)}$
   (b) $G(s) = \dfrac{2(s+2)}{s^2(s+1)}$
   (c) $G(s) = \dfrac{4(s^3+2s^2+s+2)}{s^2(s^3+2s^2-s-1)}$
2. [FPE10, Aufgabe 3.43] Bestimmen Sie mit dem Routh'schen Stabilitätskriterium, wie viele Nullstellen der folgenden Gleichungen einen positiven Realteil haben.
   (a) $s^5+10s^4+30s^3+80s^2+344s+480=0$
   (b) $s^4+8s^3+32s^2+160s+100=0$
   (c) $s^3+s^2+20s+28=0$
   (d) $s^4+4s^3+5s^2-4s+6=0$
   (e) $s^4+6s^2+25=0$

   Sie können Ihre Ergebnisse mit Matlab verifizieren, Beispiel:

```
>> syms s
>> a=symfun(s^5 - 4*s^4 + 2*s^3 + 10*s^2 - 7*s - 10 , s)

a(s) =

s^5 - 4*s^4 + 2*s^3 + 10*s^2 - 7*s - 10

>> solve(a)

ans =

    2
   -1
   -1
 2 + i
 2 - i
```

3. [FPE10, Aufgabe 3.44] Bestimmen Sie den Bereich für K, für den alle Nullstellen des folgenden Polynoms in der linken Halbebene sind:

   $$s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + K$$

   Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit Matlab, indem Sie die Nullstellen für verschiedene Werte von K bestimmen.

4. [FPE10, Aufgabe 3.45] Die Übertragungsfunktion eines typischen Bandlaufwerks ist gegeben durch

   $$G(s) = \frac{K(s+4)}{s\left((s+0.5)(s+1)(s^2+0.4s+4)\right)}$$

   Bestimmen Sie mit dem Routh'schen Stabilitätskriterium den Bereich von K, für den der geschlossene Regelkreis mit der charakteristischen Gleichung $1 + G(s) = 0$ stabil ist.

5. [FPE10, Aufgabe 3.48] Modifizieren Sie das Routh'sche Stabilitätskriterium, so dass alle Pole links von $-\alpha$ mit $\alpha > 0$ sein sollen. Wenden Sie den modifizierten Test auf das Polynom

   $$s^3 + (6+K)s^2 + (5+6K)s + 5K = 0$$

   an und bestimmen Sie die Werte von K, für die alle Pole einen Realteil kleiner als -1 haben.

Aufgabe 3: CLM-Kriterium

Bestimmen Sie mit Hilfe des CLM-Kriteriums, ob folgende Polynome nur Nullstellen in der linken Halbebene haben:

1. $s^3 + 3\,s^2 + 4\,s + 2 = 0$
2. $s^4 + s^3 + 2\,s^2 + 6\,s + 4 = 0$
3. $s^5 + 7\,s^4 + 20\,s^3 + 30\,s^2 + 24\,s + 8 = 0$
4. $s^5 + 3\,s^4 + 3\,s^3 + s^2 + 4\,s + 2 = 0$
5. $s^5 + 8\,s^4 + 25\,s^3 + 40\,s^2 + 34\,s + 12 = 0$

Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit Matlab und stellen Sie die CLM-Ortskurven mit Hilfe von Matlab dar. Beispiel:

```
>> syms w
>> syms s
>> a=symfun(s^5 + 5*s^4 + 11*s^3 + 13*s^2 + 8*s + 2,s)

a(s) =

s^5 + 5*s^4 + 11*s^3 + 13*s^2 + 8*s + 2

>> assume(w,'real')
>> real(a(i*w))

ans =

5*w^4 - 13*w^2 + 2

>> assume(w>=0)
>> double(solve(real(a(i*w))))

ans =

    1.5607
    0.4052

>> imag(a(i*w))

ans =

w^5 - 11*w^3 + 8*w

>> double(solve(imag(a(i*w))))

ans =

         0
    3.1964
```

```
     0.8849

>> w=0:0.01:3.2;
>> plot(real(a(i*w)),imag(a(i*w)))
>> grid
```

Aufgabe 4: Nyquist-Stabilitätskriterium

Aufgaben zum Nyquist-Stabilitätskriterium werden wir beim nächsten Termin zusammen mit dem Bode-Diagramm behandeln.

Literatur

[FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powel und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.