

③ Das dynamische Verhalten von Systemen Übungen

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 15. Oktober 2014, 17:04



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Aufgabe 1: Review-Fragen

[FPE10, Seite 169]

1. Was ist die Definition von *Übertragungsfunktion* (transfer function)?
2. Welche Eigenschaften haben Systeme, die sich mit Transferfunktionen beschreiben lassen?
3. Was besagt der 2. Grenzwertsatz (Final Value Theorem) und wozu wird er in der Regelungstechnik angewendet?

Aufgabe 2: Übungsaufgaben

[FPE10, Seite 170ff]

Aufgabe 2.1: Laplace-Transformation

1. Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:
 - a) $f(t) = 1 + 3t$
 - b) $f(t) = 2 + 5t + t^2 + \delta(t)$
 - c) $f(t) = e^{-t} + 2e^{-2t} + te^{-3t}$
 - d) $f(t) = (t + 2)^2$
 - e) $f(t) = \cosh t$
2. Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:
 - a) $f(t) = 2 \cos 5t$
 - b) $f(t) = \sin 3t + 2 \cos 3t + e^{-t} \sin 2t$
 - c) $f(t) = t + e^{-2t} \sin 3t$

3. Bestimmen Sie die Laplace-Transformation folgender zeitabhängiger Funktionen:

a) $f(t) = t \sin 2t$

b) $f(t) = t \cos 2t$

c) $f(t) = te^{-t} + 3t \cos t$

d) $f(t) = t \sin 3t - t \cos t$

e) $f(t) = 1(t) + 2t \cos 5t$

4. Bestimmen Sie die korrespondierende Zeitfunktion zu jeder der folgenden Laplace-Transformierten mit Hilfe der Partialbruchzerlegung:

a) $F(s) = \frac{2}{s(s+2)}$

b) $F(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$

c) $F(s) = \frac{3s+2}{s^2+4s+20}$

d) $F(s) = \frac{3s^2+9s+12}{(s+2)(s^2+5s+11)}$

e) $F(s) = \frac{1}{s^2+9}$

f) $F(s) = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+4)}$

g) $F(s) = \frac{s+1}{s^2}$

h) $F(s) = \frac{1}{s^5}$

i) $F(s) = \frac{4}{s^4+4}$

j) $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2}$

5. Bestimmen Sie die korrespondierende Zeitfunktion zu jeder der folgenden Laplace-Transformierten:

a) $F(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$

b) $F(s) = \frac{2s^2+s+1}{s^3-1}$

c) $F(s) = \frac{2(s^2+s+1)}{s(s+1)^2}$

d) $F(s) = \frac{s^3+2s+4}{s^4-16}$

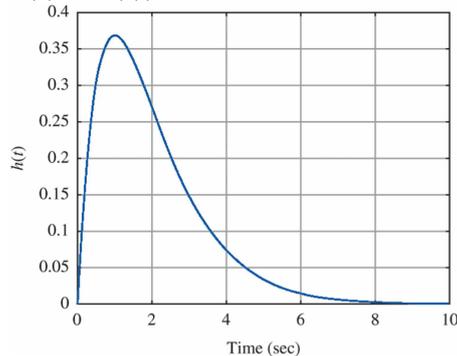
e) $F(s) = \frac{2(s+2)(s+5)^2}{(s+1)(s^2+4)^2}$

f) $F(s) = \frac{(s^2-1)}{(s+1)^2}$

6. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen mit Hilfe der Laplace-Transformation:

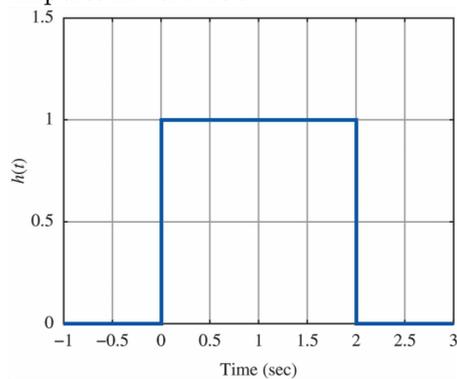
- a) $\ddot{y} + \dot{y} + 3y = 0, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$
- b) $\ddot{y} - 2\dot{y} + 4y = 0, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$
- c) $\ddot{y} + \dot{y} = \sin t, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$
- d) $\ddot{y} + 3\dot{y} = \sin t, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$
- e) $\ddot{y} + 2\dot{y} = e^t, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$
- f) $\ddot{y} + y = t, y(0) = 1, \dot{y}(0) = 2$

7. Bestimmen Sie mit Hilfe des Faltungsintegrals die Sprungantwort (also die Antwort für $u(t) = 1(t)$) des Systems, das folgende Impulsantwort hat:



$$h(t) = \begin{cases} te^{-t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

8. Bestimmen Sie mit Hilfe des Faltungsintegrals die Sprungantwort des Systems, das folgende Impulsantwort hat:



$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & t < 0 \text{ und } t > 2 \end{cases}$$

Aufgabe 2.2: Blockdiagramme

- 9. Betrachten Sie das Blockdiagramm in Abbildung 1. Beachten Sie, dass a_i und b_i Konstanten sind. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion für dieses System. Diese spezielle Struktur heißt *Regelungsnormalform*, die nächstes Semester ein Thema sein wird.
- 10. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen der Blockdiagramme in Abbildung 2
- 11. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Blockdiagramme in Abbildung 3, indem Sie die Blockdiagramme vereinfachen. Die spezielle Struktur in Abbildung 3(b) heißt *Beobachtungsnormalform*, die wir ebenfalls nächstes Semester behandeln werden.
- 12. Nutzen Sie Blockdiagramm-Algebra, um die Übertragungsfunktion zwischen $R(s)$ und $Y(s)$ in Abbildung 4 zu bestimmen.

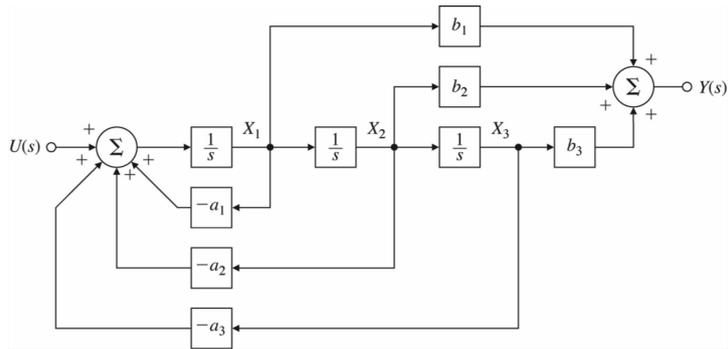


Abbildung 1: [FPE10, Fig. 3.52, Seite 175]

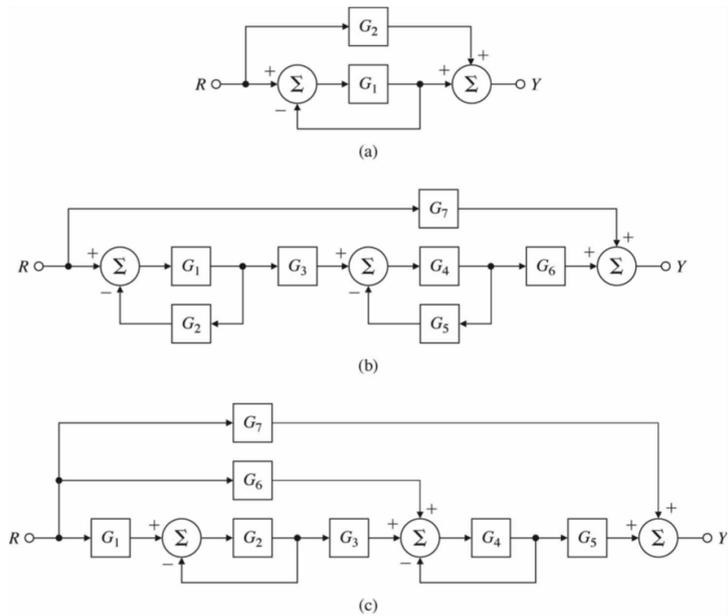


Abbildung 2: [FPE10, Fig. 3.53, Seite 175]

Literatur

- [FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powell und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.

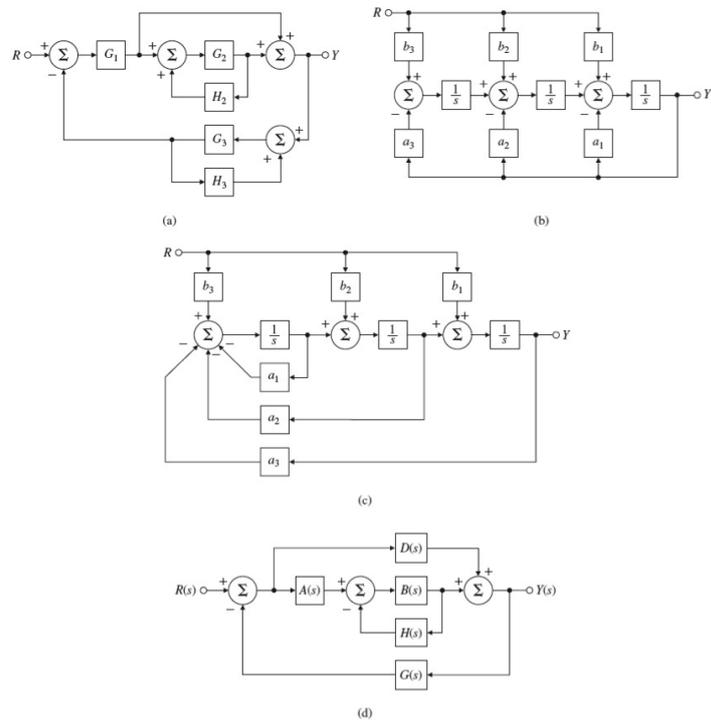


Abbildung 3: [FPE10, Fig. 3.54, Seite 176]

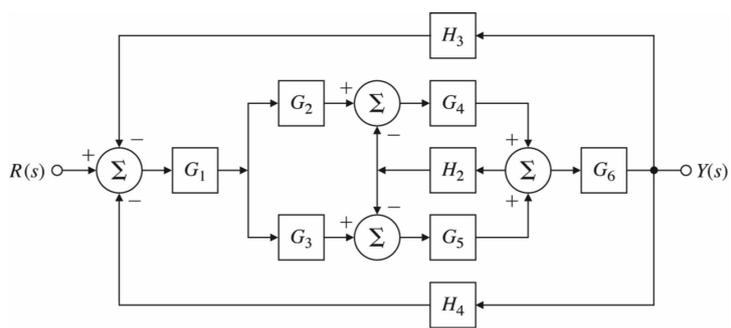


Abbildung 4: [FPE10, Fig. 3.55, Seite 177]