5 Koordinatensysteme

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 13. Oktober 2015, 11:06

Aufgabe 1: Reviewfragen

1.1 Wozu sind Polar-, Zylinder- und Kugelkoordinatensysteme besonders geeignet?

1.2 Welches Koordinatensystem ist besonders geeignet, um Rotationskörpern zu beschreiben?

1.3 Was ist ein Volumenelement in Zylinderkoordinaten?

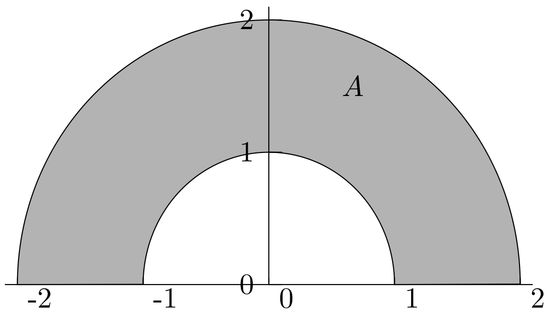
1.4 Was ist ein Volumenelement in Kugelkoordinaten mit Zenitwinkel ϑ??

1.5 Was ist ein Volumenelement in Kugelkoordinaten mit Elevation $\eta = \dfrac{\pi}{2} - \vartheta$ statt Zenitwinkel ϑ?

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie für den Integrationsbereich (A) (Halbkreisring im nebenstehenden Bild) folgendes Doppelintegral:

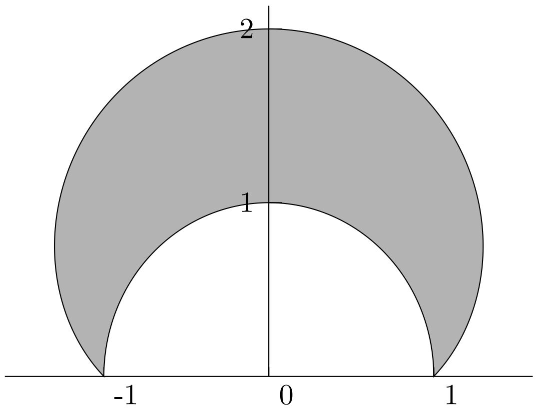
$$I = \iint\limits_{(A)} \left(2 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \mathrm{d}A$$



Aufgabe 3:

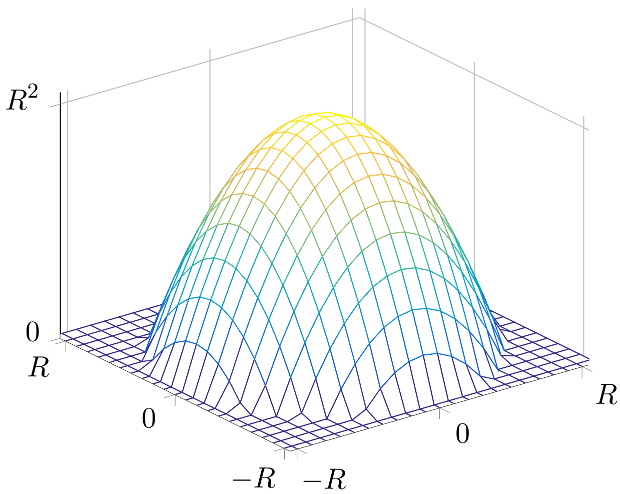
Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen der Kardioide $r = 1+\sin\varphi$ und dem Einheitskreis.
Hinweis:

$$\int \sin^2\varphi\,\mathrm{d}\varphi = \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin(2\varphi)}{4}$$



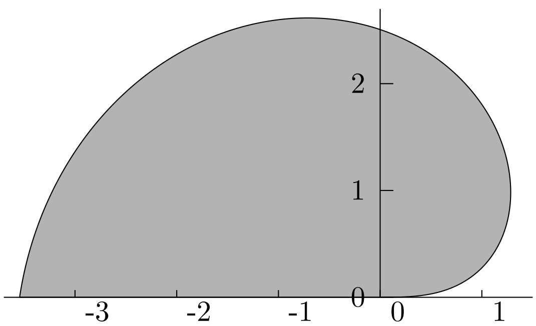
Aufgabe 4:

Berechnen Sie in Abhängigkeit von R das Volumen, das der Paraboloid $z = R^2 - x^2 - y^2$ mit der x, y-Ebene einschließt.



Aufgabe 5:

Die in Polarkoordinaten definierte Kurve $r = 2\sqrt{\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq \pi$ bildet mit der x-Achse ein Flächenstück. Bestimmen Sie dessen Flächeninhalt und die Ursprungsgerade $y = mx$, die diese Fläche halbiert.



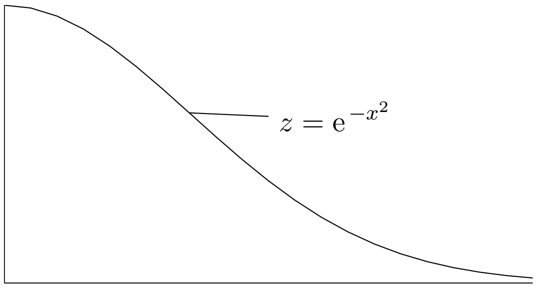
Aufgabe 6:

Welches Volumen hat ein Körper, der durch die Drehung der Kurve

$$z = \mathrm{e}^{-x^2}, \quad 0 \leq x < \infty$$

um die z-Achse entsteht?
Hinweis:

$$\int x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2}$$



Aufgabe 7:

Bestimmen Sie das Volumen des abgebildeten Schneckenhauses, das sich durch folgende Kugelkoordinaten beschreiben lässt:

$$r = \sqrt[3]{3\varphi\vartheta}, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Hinweis:

$$\int x \sin x\,\mathrm{d}x = \sin x - x\cos x$$