# 6 Übungen Vektoranalysis

#### Zoltán Zomotor

Versionsstand: 20. August 2015, 19:36



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

#### Aufgabe 1: Reviewfragen

- 1.1 Wie lässt sich der Tangenteneinheitsvektor  $e_{\rm T}(t)$  von r(t) in Abhängigkeit von r(t) bestimmen?
- 1.2 Wie lässt sich der Hauptnormaleneinheitsvektor  $e_N(t)$  von r(t) in Abhängigkeit von r(t) bestimmen?
- 1.3 Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Krümmungsradius  $\varrho(t)$  und  $\boldsymbol{r}(t)$
- 1.4 Was bedeutet das Zeichen  $\oint$ ?

# Aufgabe 2:

Beschreiben Sie folgende Kurven durch parameterabhängige (Parameter t) Ortsvektoren und bestimmen Sie den jeweiligen Tangenteneinheitsvektor  $e_{\rm T}$ :

$$2.1 \ y = \ln x$$

$$2.2 \ x^2 + y^2 = R^2$$

### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie den Tangenteneinheitsvektor  $e_{\rm T}$ , den Hauptnormaleneinheitsvektor  $e_{\rm N}$  sowie die Krümmung der Bahn der folgenden zeitabhängigen Ortsvektoren:

$$3.1 \ \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} \sin 2t \\ \cos 2t \\ t \end{bmatrix}$$

$$3.2 \ \boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{bmatrix}$$

# Aufgabe 4:

Berechnen Sie für die Raumkurve  $\mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} t^2 \\ 2t^2 \\ 2t^2 \end{bmatrix}$  die folgenden Größen:

- 4.1 Bogenlänge im Intervall  $0 \le t \le 1$ .
- 4.2 Krümmung und Krümmungsradius.

### Aufgabe 5:

Ein Massepunkt wird durch ein Kraftfeld  ${\pmb F}({\pmb r}) = \begin{bmatrix} 2y+z \\ x+3z \\ x+2y \end{bmatrix}$  bewegt. Welche Arbeit ist entlang der Bahnkurve  $\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} t \\ t^2 \\ t \end{bmatrix}$  mit  $t = 0 \dots 2$  zu leisten?

### Aufgabe 6:

Bestimmen Sie jeweils das Linienintegral

$$\int\limits_{C} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

$$\int\limits_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$
längs der skizzierten Verbindungswege  $C_1$  und  $C_2$  von  $A$  nach  $B$  für  $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=\begin{bmatrix}y^2\\2x+2xy\end{bmatrix}$ 

