6 Übungen Vektoranalysis

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 20. August 2015, 19:36

Aufgabe 1: Reviewfragen

1.1 Wie lässt sich der Tangenteneinheitsvektor $\boldsymbol{e}_\mathrm{T}(t)$ von $\boldsymbol{r}(t)$ in Abhängigkeit von $\boldsymbol{r}(t)$ bestimmen?

1.2 Wie lässt sich der Hauptnormaleneinheitsvektor $\boldsymbol{e}_\mathrm{N}(t)$ von $\boldsymbol{r}(t)$ in Abhängigkeit von $\boldsymbol{r}(t)$ bestimmen?

1.3 Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Krümmungsradius $\varrho(t)$ und $\boldsymbol{r}(t)$

1.4 Was bedeutet das Zeichen $\displaystyle\oint$?

Aufgabe 2:

Beschreiben Sie folgende Kurven durch *parameterabhängige* (Parameter t) Ortsvektoren und bestimmen Sie den jeweiligen *Tangenteneinheitsvektor* $\boldsymbol{e}_\mathrm{T}$:

2.1 $y = \ln x$

2.2 $x^2 + y^2 = R^2$

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie den *Tangenteneinheitsvektor* $\boldsymbol{e}_\mathrm{T}$, den *Hauptnormaleneinheitsvektor* $\boldsymbol{e}_\mathrm{N}$ sowie die *Krümmung* der Bahn der folgenden zeitabhängigen Ortsvektoren:

3.1 $\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} \sin 2t \\ \cos 2t \\ t \end{bmatrix}$

3.2 $\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{bmatrix}$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie für die Raumkurve $\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} t^2 \\ 2t^2 \\ 2t^2 \end{bmatrix}$ die folgenden Größen:

4.1 Bogenlänge im Intervall $0 \leq t \leq 1$.

4.2 Krümmung und Krümmungsradius.

Aufgabe 5:

Ein Massepunkt wird durch ein Kraftfeld $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \begin{bmatrix} 2y + z \\ x + 3z \\ x + 2y \end{bmatrix}$ bewegt. Welche Arbeit ist entlang der Bahnkurve $\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} t \\ t^2 \\ t \end{bmatrix}$ mit $t = 0 \dots 2$ zu leisten?

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie jeweils das Linienintegral

$$\int_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

längs der skizzierten Verbindungswege C_1 und C_2 von A nach B für $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \begin{bmatrix} y^2 \\ 2x + 2xy \end{bmatrix}$