# 1 Aufgaben zu Funktionen mehrerer Variablen, partielle Ableitung

**Zoltán Zomotor**

**Versionsstand: 15. September 2015, 11:37**



### Aufgabe 1: Reviewfragen

1.1 Wie heißt die Menge aller tatsächlich vorkommenden Werte $f(\boldsymbol{x})$?

1.2 Wie lässt sich anschaulich die partielle Ableitung beschreiben und wie wird sie gebildet?

1.3 Was ist der Gradient einer Funktion?

1.4 Wie hängen Gradient und Höhenlinien zusammen?

1.5 Unter welchen (in dieser Vorlesung meistens gegebenen) Voraussetzungen lassen sich die partiellen Ableitungen bei mehrfachem Ableiten vertauschen?

### Aufgabe 2: Definitionsbereich

### Aufgabe 2.1:

Bestimmen und skizzieren Sie den Definitionsbereich folgender Funktionen:

2.1.1 $z = \sqrt{xy - y}$

2.1.2 $z = \sqrt{(4 - x^2)(9 - y^2)}$

2.1.3 $z = \arcsin(x^2 + y^2 - 1)$

2.1.4 $z = \dfrac{\sqrt{x - y}}{x + 1}$

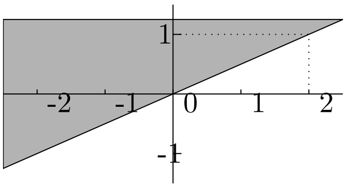
2.1.5 $z = \ln(x^2 - y^2)$

2.1.6 $z = \dfrac{1}{xy^2 + x^2y}$

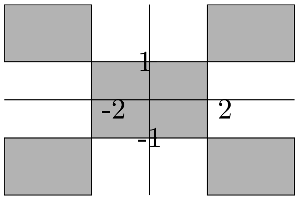
### Aufgabe 2.2:

Bestimmen Sie jeweils eine Funktion, die den grauen Definitionsbereich besitzt.

2.2.1




2.2.2




## Aufgabe 3: Partielle Differentiation

### Aufgabe 3.1:

Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung folgender Funktionen:

3.1.1 $z(x,y) = -(2\,y - a\,x)^3$

3.1.2 $w(u,v) = \cos(v)\,\sin(u)$

3.1.3 $z(x,y) = -\dfrac{y-(x-1)^2}{x\,y}$

3.1.4 $z(r,\varphi) = r^2\,\mathrm{e}^{r\,\varphi}$

3.1.5 $z(x,y) = \sqrt{x\,y - x^2\,y^2}$

3.1.6 $z(x,y) = \mathrm{e}^{x^2+y^2}$

3.1.7 $u(x,t) = -\dfrac{t\,x}{t-x}$

3.1.8 $z(t,\varphi) = t\,\sin(t+\varphi)$

3.1.9 $x^y$

3.1.10 $z(x,y) = (x\,y)^{x\,y}$ (nur die Ableitungen 1. Ordnung berechnen)

### Aufgabe 3.2:

Welchen Anstieg besitzt die Bildfläche von

$$z(x,y) = \mathrm{e}^{-x^2\,y^2}\,\ln(x\,y)$$

an der Stelle $x = y = 1$?